

Esercizi

ESAME DI ELEMENTI DI LOGICA E STRUTTURE DISCRETE

Corso di Laurea in Informatica

Prova parziale del 29.10.2024 – secondo turno

Nome: _____
Cognome: _____
Matricola: _____

Esercizio 1. (8 punti) Sia R la relazione su \mathbb{N} così definita:

$$\forall x, y \in \mathbb{N} : R(x, y) \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : x - y = 10k$$

Ad esempio, $2024 - 2004 = 10 \cdot 2$, quindi $R(2024, 2004)$.

- R su \mathbb{N} è una relazione di equivalenza?
- Se sì, quante classi di equivalenza si ottengono partizionando \mathbb{N} con R ?

(*Suggerimento:* se $R(x, y)$, allora x e y hanno lo stesso *resto* nella divisione per 10.)

Esercizio 2. (10 punti) Si consideri l'insieme $P_3 = \{1, 3, 9, 27, 81, 243\}$ delle prime sei potenze di 3, a cui si applica la relazione R così definita:

$$\forall x, y \in P_3 : R(x, y) \Leftrightarrow x|y$$

si ricorda che $x|y$ si legge “ x divide y ”, ovvero $\exists m \in \mathbb{Z} : y = mx$.

- R su P_3 è una relazione di ordine? Se sì, è parziale o totale?
- R su P_3 ha elementi minimi e massimi? Se sì, quali?

(*Suggerimento:* rappresentare graficamente la relazione R sull'insieme P_3 .)

Esercizio 3. (9 punti) Calcolare il valore della seguente somma:

$$\sum_{i=0}^n (2^i + 6i^2)$$

Poi dimostrarlo per induzione.